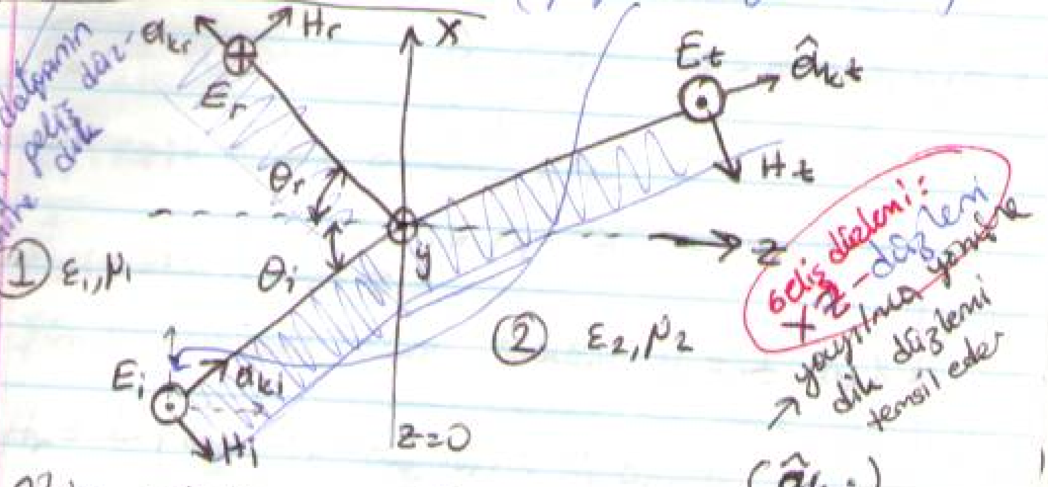
Dikine polarize dalga arayüzeye gelmiş olsun

Düzlem dalgaların arayüzeye Eğik Gelişi

b) DİKİNE KUTUPLANMA (yayılma düzlemine dik)



Dikine polarizasyon: E_i geliş düzlemine dik

$$\hat a_{ki} = \hat a_x \sin\theta_i + \hat a_z \cos\theta_i$$

E_i'nin genliği y ekseninde ama H_i'nin ki z ve x'de bileşeni var

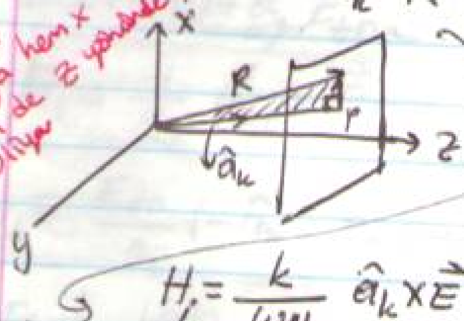
Dikkat E_i y-yönünde değişiyor

$$\therefore \vec E_i(x,z) = \hat a_y E_{i0}\, e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}$$

$$E = \hat a_y E_{0i}\, e^{-j\vec k\cdot\vec R} = \hat a_y E_{0i}\, e^{-jk\hat a_k\cdot\hat R}$$

hatırlayalım: $\hat a_k \cdot \vec R$ = sabit düzlem denklemi

dalga hem x hem de z yönünde ilerliyor



$$\vec R = \hat a_x x + \hat a_y y + \hat a_z z$$

$$\hat a_k\cdot\vec R = x\sin\theta_i + z\cos\theta_i$$

$$H_i = \frac{k}{\omega\mu}\hat a_k\times\vec E = \frac{1}{\eta}\hat a_k\times\vec E$$

hatırlayalım

$$H_i(x,z) = \frac{1}{\eta_1}(\hat a_x \sin\theta_i + \hat a_z\cos\theta_i)\times\hat a_y E_{0i}\, e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}$$

niye η_1: çünkü hala 1. ortamdayız

"Brewster açısı polarizasyon açısı olarak da bilinir, neden?"

Yansıyan elektrik alanı yazalım:

$\hat{a}_{kr} = \hat{a}_x \sin\theta_r - \hat{a}_z \cos\theta_r \qquad \vec{R} = \hat{a}_x x + \hat{a}_y y + \hat{a}_z z$

$E_r(x,z) = \hat{a}_y E_{r0} e^{-j\hat{k}\cdot\hat{R}} = \hat{a}_y E_{r0} e^{-jk\hat{a}_k\cdot\hat{R}}$

$\vec{E}_r(x,z) = \hat{a}_y E_{r0} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$

Şimdi manyetik alanı bulalım: $H_r = \frac{1}{\eta_1}\hat{a}_k \times \vec{E}$

$H_r = \frac{1}{\eta_1}(\hat{a}_x\sin\theta_r - \hat{a}_z\cos\theta_r)\times\hat{a}_y E_{r0} e^{-j\beta(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$

$$\boxed{H_r = \frac{E_{r0}}{\eta_1}(\hat{a}_x\cos\theta_r + \hat{a}_z\sin\theta_r)\, e^{-j\beta(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}}$$

Evet şimdi geriye bir tek geçen dalga bileşenleri kaldı.

$\hat{R} = \hat{a}_x x + \hat{a}_y y + \hat{a}_z z$

Geçen dalganın birim vektörü $\hat{a}_{kt} = \hat{a}_x\sin\theta_t + \hat{a}_z\cos\theta_t$

$E_t(x,z) = \hat{a}_y E_{t0} e^{-j\beta_2\hat{a}_{kt}\cdot\hat{R}} = \hat{a}_y E_{t0} e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$

$H_t = \frac{1}{\eta_2}\hat{a}_{kt}\times\vec{E}_t = \frac{1}{\eta_2}(\hat{a}_x\sin\theta_t + \hat{a}_z\cos\theta_t)\times\hat{a}_y E_{t0} e^{-j\beta_2}$

$H_t = \frac{E_{t0}}{\eta_2}(-\hat{a}_x\cos\theta_t + \hat{a}_z\sin\theta_t)\, e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$

Evet bütün alanların analitik ifadesini yazdık

İyice bitti mi?

E_{io} ~~biliyoruz~~; θ_i 'yi bilmiş olalım

E_{ro}, E_{to}, θ_t ve θ_r bilinmiyor.

Hatırlayalım "alanların paralel bileşenleri arayüzeyde süreklidir" Buradan: $z=0$ noktasında Paralel bileşenler şekle bakarsak y ve x yönlerinde meydana gelmektedir.

$$E_{iy}(x,0) + E_{ry}(x,0) = E_{ty}(x,0)$$

$$E_i(x,z) = a_y E_{io} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}$$

$$E_r(x,z) = a_y E_{ro} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$$

$$E_t(x,z) = a_y E_{to} e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$$

$$\boxed{E_{io} e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} + E_{ro} e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r} = E_{to} e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t}}$$

ve yine $H_{ix}(x,0) + H_{rx}(x,0) = H_{tx}(x,0)$

$$H_i(x,z) = \frac{E_{io}}{\eta_1}(-\hat{a}_x\cos\theta_i + \hat{a}_z\sin\theta_i)\, e^{-j\beta_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta)}$$

$$H_r(x,z) = \frac{E_{ro}}{\eta_1}(\hat{a}_x\cos\theta_r + \hat{a}_z\sin\theta_r)\, e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$$

$$H_t(x,z) = \frac{E_{to}}{\eta_2}(-\hat{a}_x\cos\theta_t + \hat{a}_z\sin\theta_t)\, e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$$

$$\boxed{\frac{1}{\eta_1}\left(-E_{io}\cos\theta_i\, e^{-j\beta_1 x\sin\theta_i} + E_{ro}\cos\theta_r\, e^{-j\beta_1 x\sin\theta_r}\right) = -\frac{E_{to}}{\eta_2}\cos\theta_t\, e^{-j\beta_2 x\sin\theta_t}}$$

Şimdi ne yapacağız.

Buna faz ayarı da denir.

Sınır denklemleri bütün x ler için sağlanması gerekiyor ∴ üstel ifadeler eşit olmalı

$$\beta_1 x \sin\theta_i = \beta_1 x \sin\theta_r = \beta_2 x \sin\theta_t$$

Bu Snell yasasına gider: $\theta_r = \theta_i$ yansıma

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{kırılma}$$

Neden? Üstel bileşenler çok çabuk değişmekte

$$\therefore E_{i0} + E_{r0} = E_{t0}$$

Diğer denklemi yazalım

$$\frac{1}{\eta_1}(E_{i0}\cos\theta_i + E_{r0}\cos\theta_r) = \frac{E_{t0}}{\eta_2}\cos\theta_t$$

$$\frac{1}{\eta_1}(E_{i0} - E_{r0})\cos\theta_i = \frac{E_{t0}}{\eta_2}\cos\theta_t$$

hatırlayalım E_{i0}'ı biliyorduk ∴ E_{r0} ve E_{t0} bulunabilir.

Şimdi Yansıma katsayısına bakalım:

$$\Gamma_\perp = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = ? \qquad E_{i0} + E_{r0} = E_{t0} \qquad \Big| \ \frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

$$E_{i0} - E_{r0} = \frac{\eta_1}{\eta_2} E_{t0} \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} \qquad \Big| \ -$$

$$(E_{i0} + E_{r0})\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} = E_{t0}\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

$$-E_{i0} + E_{r0} = -E_{t0}\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

$$E_{i0}\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} + E_{r0}\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} - E_{i0} + E_{r0} = 0$$

$$E_{r0}\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} + 1\right) + E_{i0}\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} - 1\right) = 0$$

$$\boxed{\Gamma_\perp = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t}} \quad \text{Fresnel denklemi}$$

Şimdi ise geçiş katsayısını bulalım:

$E_{i0} + E_{r0} = E_{t0}$ ve $\frac{1}{\eta_1}(E_{i0} - E_{r0})\cos\theta_i = \frac{E_{t0}}{\eta_2}\cos\theta_t$

bunun bulunmasını da size bırakıyorum:

$$\boxed{\tau_\perp = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t}}$$

Fresnel denklemleri

Şimdi bu sonuçları biraz irdeleyelim

Eğer geliş açısı sıfır ise (yani dik geliş)

$\theta_i = 0 \quad \therefore \theta_r = \theta_t = 0$

yukarıdaki bağıntılar dik gelişe karşılık gelir.

Yani $\Gamma_\perp = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$ $\quad \tau_\perp = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \Rightarrow \boxed{1 + \Gamma_\perp = \tau_\perp}$

Eğer ortam 2 mükemmel iletken ise $\eta_2 = 0$

$\therefore \Gamma_\perp = -1$ yani $E_{r0} = -E_{i0}$

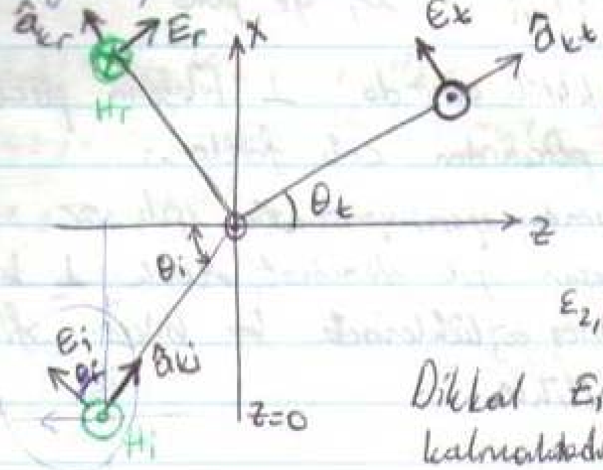
$\tau_\perp = 0 \quad (E_{t0} = 0)$

Elektrik alanın paralel bileşeni yüzeyde sıfırlanır ve mükemmel iletken sınırdan her hangi bir enerji iletilmiş olmaz.

E_i xz düzleminde

b) Paralel Kutuplanma : ~~xz geliş düzlemine paralel.~~

Paralel kutuplanmaya sahip düzlem dalga sınıra eğik açıyla gelsin.



H_i xz geliş düzlemine dik

Dikkat E_i geliş düzleminde kalmaktadır.

fazörlerimizi yazalım:

$$E_i(x,z) = E_{i0}\left(\hat{a}_x \cos\theta_i - \hat{a}_z \sin\theta_i\right) e^{-j\beta_1 (x \sin\theta_i + z\cos\theta_i)}$$

nasıl yazdık bunu: hatırla $\hat{a}_{ki} = \hat{a}_x \sin\theta_i + \hat{a}_z \cos\theta_i$

$e^{-j\hat{k}\cdot\hat{R}} = e^{-jk\,\hat{a}_k \cdot R}$ ve $\vec{R} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z$

evet işimize dönelim:

$$H_i(x,z) = \frac{1}{\eta_1}\hat{a}_{ki} \times E_i = \frac{1}{\eta_1}\left(\hat{a}_x \sin\theta_i + \hat{a}_z \cos\theta_i\right) \times$$

$$E_{i0}\left(\hat{a}_x \cos\theta_i - \hat{a}_z \sin\theta_i\right) e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}$$

hatırla xyz, yzx, zxy permütasyon

$$\boxed{H_i(x,z) = \hat{a}_y \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}}$$

Şimdi yansıyan dalgaya bakalım.

Yansıyan:

$$E_r(x,z) = E_{r0}(\hat{a}_x \cos\theta_r + \hat{a}_z \sin\theta_r)\, e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$$

$$H_r(x,z) = -\hat{a}_y \frac{E_{r0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)}$$

geçen:

$$E_t(x,z) = E_{t0}(\hat{a}_x \cos\theta_t - a_z \sin\theta_t)\, e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$$

$$H_t(x,z) = \hat{a}_y \frac{E_{t0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}$$

Yine süreklilik şartlarından bakılacak olursak paralel bileşenler sürekli

$$(E_{i0} + E_{r0})\cos\theta_i = E_{t0}\cos\theta_t$$

$$\frac{1}{\eta_1}(E_{i0} - E_{r0}) = \frac{1}{\eta_2} E_{t0}$$

Yine hatırlayalım E_{i0}'ı biliyoruz E_{r0} ve E_{t0}'ı buna göre ifade edebiliriz.

Yansıma $\Gamma_{\parallel} = \dfrac{E_{r0}}{E_{i0}} = \dfrac{\eta_2\cos\theta_t - \eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i}$

Geçiş $\tau_{\parallel} = \dfrac{E_{t0}}{E_{i0}} = \dfrac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i}$

Örnek $\boxed{1+\Gamma_{\parallel} = \tau_{\parallel}\left(\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}\right)}$ olduğunu gösteriniz.

Bu denklem $1+\Gamma_{\perp} = \tau_{\perp}$'den farklı gibi sadece $\theta_i = \theta_t = 0$ için ikisi de aynı sonucu verir.

Eğer ortam 2 mükemmel iletken ise $\eta_2 = 0$

$\Gamma_{\parallel} = -1$, $\tau_{\parallel} = 0$ E alanının paralel bileşenleri sıfırlanır

Şimdi mühendislik uygulamasına bakalım.

Mühendislik uygulaması:

Yansıma katsayılarını kıyaslarsak $\theta_i = 0$ hariç (bu durumda birbirine eşit)

$$|\Gamma_\perp|^2 > |\Gamma_\parallel|^2$$ θ_i'ye göre

örneğin dielektrik sınırda $\perp$ bileşenin gücü $\parallel$ bileşenin gücünden çok fazla.

Güneşli ortamda yansıyan çok ışık var.

$\therefore$ Göze ulaşan ışık dominant olarak $\perp$ bileşene sahip $\therefore$ Güneş gözlüklerinde bu bileşen filtre edilir genellikle